

MODELAREA UNOR SISTEME DE ECUAȚII ÎN PACHETE MATEMATICE

MODELING OF SYSTEMS OF EQUATIONS IN MATHEMATICAL PACKAGES

*Zinaida Ghilan, dr., conf. univ.
UPS „Ion Creangă” din Chișinău
Victor Pricop, dr., conf. univ.
Universitatea Tehnică a Moldovei*

*Zinaida Ghilan, PhD, associate professor
„Ion Creanga” SPU of Chisinau
ORCID: 0000-0002-7216-5096
Victor Pricop, PhD, associate professor
Technical University of Moldova
ORCID: 0000-0001-9321-6107*

CZU: 517.9:004

DOI: 10.46728/c.v2.25-03-2022.p306-314

Rezumat

În aceasta lucrare ne vom referi la modelarea sistemelor de ecuații omogene, simetrice, sisteme de funcții trigonometrice directe și inverse, cât și a sistemelor de ecuații logaritmice și exponențiale. Modelarea sistemelor de ecuații se realizează în pachetele matematice Maple, Wolfram Mathematica.

Cuvinte-cheie: sisteme de ecuații, metode de rezolvare.

Abstract

In this paper we will refer to the modeling of systems of homogeneous, symmetric, systems of direct and inverse trigonometric functions, as well as systems of logarithmic and exponential equations. The modeling of systems of equations is carried out in mathematical packages Maple, Wolfram Mathematica.

Key-words: system of equations, solving methods.

Introducere

Modelarea sistemelor de ecuații pot fi implementate în diverse pachete matematice, fie implicit, fie prin programare. La rezolvarea sistemelor de ecuații se aplică diverse metode: adunarea algebrică, substituția variabilelor, eliminarea variabilelor, descompunerea în factori, etc. Conform curriculumului școlar elevii se familiarizează cu sistemele de m ecuații cu n necunoscute.

În continuare vom studia și rezolva diverse tipuri de sisteme de ecuații. Algoritmul de rezolvare a sistemelor de ecuații liniare este mai complicat decât algoritmul de rezolvare a unei ecuații liniare cu o singură variabilă, deoarece pentru fiecare metodă pot fi utilizate diferiți algoritmi de rezolvare a sistemelor de ecuații liniare cu două necunoscute.

Definiție. Se numește soluție a sistemului de două (trei) ecuații cu două (trei) necunoscute perechea ordonată (a,b) de valori (tripletul ordonat (a,b,c) de valori) ale necunoscutelor, care este soluția fiecărei ecuații din sistemul dat, cu alte cuvinte, care transformă fiecare ecuație într-o egalitate numerică adevărată [1].

A rezolva un sistem de ecuații înseamnă a găsi toate soluțiile lui. Mulțimea soluțiilor unui sistem de ecuații (notată cu S) este intersecția mulțimilor soluțiilor ecuațiilor din sistem.

Un sistem de ecuații se numește compatibil, dacă el are cel puțin o soluție. Sistemul, care are o mulțime finită de soluții se numește compatibil determinat. Sistemul, cel care admite o infinitate de soluții se numește compatibil nedeterminat. Un sistem de ecuații, care nu are soluții se numește incompatibil.

Rezolvarea sistemului de ecuații începe, de regulă, cu determinarea domeniului valorilor admisibile (DVA) al sistemului. Domeniul de valori admisibile al sistemului de ecuații este intersecția domeniilor de valori admisibile ale ecuațiilor sistemului.

Regula de bază privind rezolvarea sistemelor de ecuații constă în utilizarea transformărilor echivalente.

Definiție. Două sisteme de ecuații se numesc echivalente dacă mulțimile lor de soluții sunt egale. Echivalența sistemelor de ecuații se notează cu simbolul " \Leftrightarrow ". Sistemele incompatibile sunt echivalente.

Vom enumera unele transformări fundamentale care păstrează echivalența sistemelor. Fie o mulțime M (în particular DVA) în care ecuațiile sistemului au sens.

I. Dacă schimbăm ordinea ecuațiilor în sistem, atunci obținem un sistem echivalent cu cel inițial în mulțimea M .

II. Dacă înlocuim o ecuație a sistemului printr-o ecuație echivalentă, atunci obținem un sistem echivalent cu cel inițial în mulțimea M .

III. Dacă o ecuație a sistemului exprimă o necunoscută prin celelalte necunoscute și această expresie se înlocuiește în celelalte ecuații, atunci ecuația dată împreună cu celelalte ecuații noi obținute formează un sistem echivalent cu cel inițial în mulțimea M .

IV. Dacă înlocuim o ecuație a sistemului printr-o ecuație care se obține în urma adunării algebrice (adunării sau scăderii ecuațiilor membru cu membru) a ecuației date cu orice altă ecuație a sistemului, atunci obținem un sistem echivalent cu cel inițial în mulțimea M . Metoda adunării algebrice se mai numește metoda reducerii. Dacă în urma transformărilor nu se obțin sisteme echivalente, este posibilă apariția soluțiilor străine, excluderea cărora se face prin raportare la DVA și prin verificare în sistemul inițial. Principală idee, care stă la baza rezolvării unui sistem de ecuații constă în reducerea lor la o singură ecuație cu o singură variabilă. De asemenea, este posibilă și pierderea soluțiilor sistemului inițial. Alegerea transformărilor, desigur, este determinată de specificul ecuațiilor sistemului. Astfel, putem menționa că, metodele de rezolvare a sistemelor de ecuații pot fi implementate în diverse pachete matematice, fie implicit, fie prin programare. În continuare vom rezolva sisteme de ecuații de diferite tipuri.

Sisteme de ecuații omogene

Definiție. Ecuația algebrică se numește omogenă de gradul m dacă toate monoamele de grad nenul, care apar în ea au același grad m . Sistemul cu toate ecuațiile omogene de gradul m se numește sistem omogen de gradul m . Un sistem de ecuații liniare se numește omogen dacă termenul liber al fiecărei ecuații este nul [2, 3].

În caz general sistemul omogen de gradul al doilea are forma [2]:

$$\begin{cases} a_1x^2 + b_1xy + c_1y^2 = d_1, \\ a_2x^2 + b_2xy + c_2y^2 = d_2. \end{cases}$$

(1)

Vom descrie succint algoritmul de rezolvare. Sistemul se numește omogen, deoarece necunoscutele au același grad. La început, presupunem că $d_1 \neq 0$ și $d_2 \neq 0$. Există în acest caz două numere reale α și β diferite de zero, astfel încât $\alpha d_1 + \beta d_2 = 0$. Atunci prima ecuație se înmulțește cu α și cea de a doua cu β și apoi se adună. Obținem sistemul

$$\begin{cases} a_1x^2 + b_1xy + c_1y^2 = d_1, \\ ((\alpha a_1 + \beta a_2)x^2 + (\alpha b_1 + \beta b_2)xy + (\alpha c_1 + \beta c_2)y^2 = 0. \end{cases} \quad (2)$$

Coeficienții din ecuația (2) vom nota prin $a_3 = \alpha a_1 + \beta a_2$, $b_3 = \alpha b_1 + \beta b_2$, $c_3 = \alpha c_1 + \beta c_2$ avem următorul sistem de ecuații:

$$\begin{cases} a_1x^2 + b_1xy + c_1y^2 = d_1, \\ a_3x^2 + b_3xy + c_3y^2 = 0. \end{cases} \quad (3)$$

Deoarece $d_1 \neq 0$ sistemul (2) nu are soluția $x=0$ și $y=0$. Presupunem că $x \neq 0$, atunci ecuația a doua din sistemul (3) împărțim cu x^2 și obținem ecuația de gradul doi în $\frac{y}{x}$.

$$c_3 \left(\frac{y}{x}\right)^2 + b_3 \frac{y}{x} + a_3 = 0 \quad (4)$$

Rezolvăm aceasta ecuație în rezultatul căruia obținem două valori t_1 și t_2 pentru $\frac{y}{x}, \frac{y}{x} = t_1$ și $\frac{y}{x} = t_2$.

Rezolvarea sistemului de ecuații (1) este echivalentă cu rezolvarea a două sisteme de ecuații formată dintr-o ecuație de gradul întâi și o ecuație de gradul al doilea:

$$\begin{cases} y = t_1x \\ a_1x^2 + b_1xy + c_1y^2 = d_1 \end{cases} \quad (5)$$

și

$$\begin{cases} y = t_2x \\ a_1x^2 + b_1xy + c_1y^2 = d_1. \end{cases} \quad (6)$$

Dacă $d_1=0$ sau $d_2=0$ sistemul (1) este de forma (3) și rezolvarea se face conform sistemului (4).

În continuare vom rezolva sisteme de ecuații de diferite tipuri.

Exemplul 1. Să se rezolve în $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ sistemul
$$\begin{cases} 3x^2 - 4xy + y^2 = 0 \\ x^2 + 2y^2 = 19 \end{cases}.$$

Rezolvare. Observăm că în sistemul de ecuații liniare prima ecuație are termenul liber egal cu zero. Împărțim prima ecuație la y^2 și avem:

$$\begin{cases} 3x^2 - 4xy + y^2 = 0 \\ x^2 + 2y^2 = 19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 - 4xy + y^2 = 0 \\ x^2 + 2y^2 = 19 \end{cases} \Big| \frac{1}{y^2} \Leftrightarrow \begin{cases} 3\frac{x^2}{y^2} - 4\frac{x}{y} + 1 = 0 \\ x^2 + 2y^2 = 19 \end{cases}.$$

Facem schimbarea de variabilă $\frac{x}{y} = t$ și prin rezolvare obținem rădăcinile ecuației de gradul al doilea $t_1=1$ și $t_2=1/3$. Prin urmare avem:

$$\begin{cases} \frac{x}{y} = 1 \\ x^2 + 2y^2 = 19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y \\ x^2 + 2y^2 = 19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y \\ x^2 + 2x^2 = 19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y \\ 3x^2 = 19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y \\ y = 3x \\ x^2 + 2y^2 = 19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y \\ y = 3x \\ x^2 + 18x^2 = 19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y \\ y = 3x \\ 19x^2 = 19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y \\ y = 3x \\ x^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y \\ y = 3x \\ x = \pm 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \\ x^2 + 2y^2 = 19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \\ 1 + 18 = 19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = y \\ x = \pm \sqrt{\frac{19}{3}} \\ y = 3x \end{cases}, y = \pm \sqrt{\frac{19}{3}}, \\ \begin{cases} x = \pm 1, y = \pm 3 \end{cases} \end{cases}$$

$$S = \left\{ (1, 3); (-1, -3); \left(\sqrt{\frac{19}{3}}, \sqrt{\frac{19}{3}} \right); \left(-\sqrt{\frac{19}{3}}, -\sqrt{\frac{19}{3}} \right) \right\}$$

Rezolvarea în Maple este prezentată în figura 1. S-a utilizat comanda *solve* pentru rezolvare și *allvalues* pentru afișarea explicită a soluțiilor.

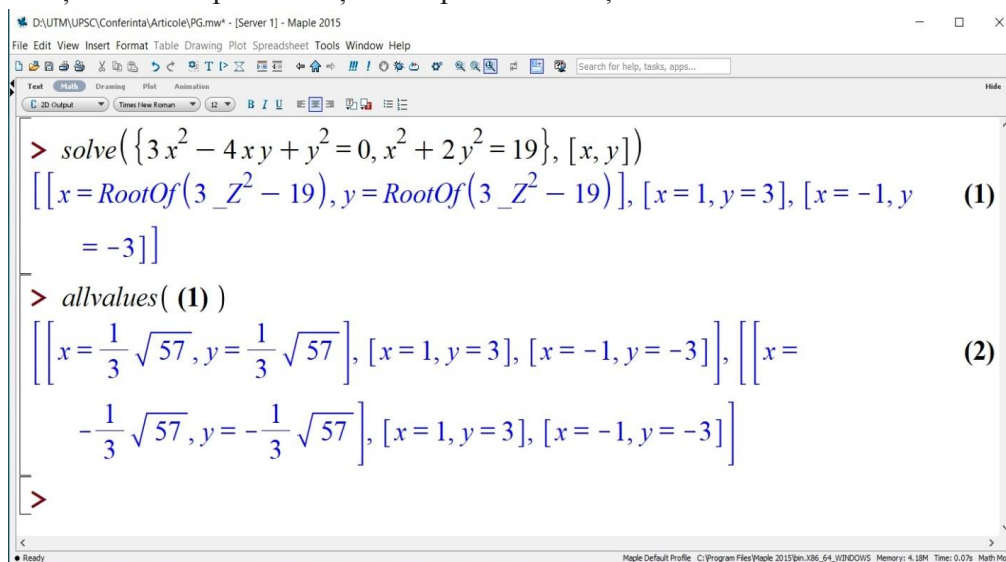


Figura 1. Rezolvarea sistemului în Maple

Remarcă. Pentru a rezolva un sistem omogen, este necesar să scriem matricea sistemului și, folosind transformări elementare, să o aducem la formă în trepte.

Rețineți. Nu este necesar să scrieți bara verticală și coloana zero a membrilor liberi - deoarece orice ați face cu zerouri, acestea vor rămâne zero.

Exemplul 2. Să se rezolve în $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ sistemul de ecuații $\begin{cases} x + y + 3z = 0 \\ 2x - y + mz = 0 \\ 4x + y + 5z = 0 \end{cases}$, unde m este

un parametru real.

Rezolvare. Sistemul de ecuații liniare dat este omogen. Numărul de ecuații este egal cu numărul necunoscutelor. Condiția ca un asemenea sistem de ecuații să admită soluții nenule constă în aceea ca determinantul rangul matricii sistemului să fie nul.

Avem matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & m \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix}$, aflăm determinantul $\det A = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & m \\ 4 & 1 & 5 \end{vmatrix} = 3(m+1) = 0$,

rezultă $m+1=0$, de unde $m=-1$ și sistemul de ecuații devine: $\begin{cases} x + y + 3z = 0 \\ 2x - y - z = 0 \\ 4x + y + 5z = 0 \end{cases}$. Aflăm

matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & -1 \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix}$. Calculăm rangul matricii $A = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = -3$. Deci rangul matricii A

este egal cu doi și aceasta este determinantul principal. Astfel, ecuațiile principale sunt:

$$\begin{cases} x + y = -3z \\ 2x - y = z \end{cases}$$

unde z este necunoscuta secundară. Notăm prin necunoscută $z = \mu$. Rezolvăm acest

sistem obținem:
$$\begin{cases} x + y = -3z \\ 2x - y = z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3z - y \\ -6z - 2y - y = z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3z - y \\ -3y = 7z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{2z}{3} \\ y = -\frac{7z}{3} \end{cases}$$

Răspunsul poate fi scris sub forma $x = -\frac{2\mu}{3}, y = -\frac{7\mu}{3}, z = \mu$.

Rezolvarea sistemului parametric în Maple este prezentată în figura 2.

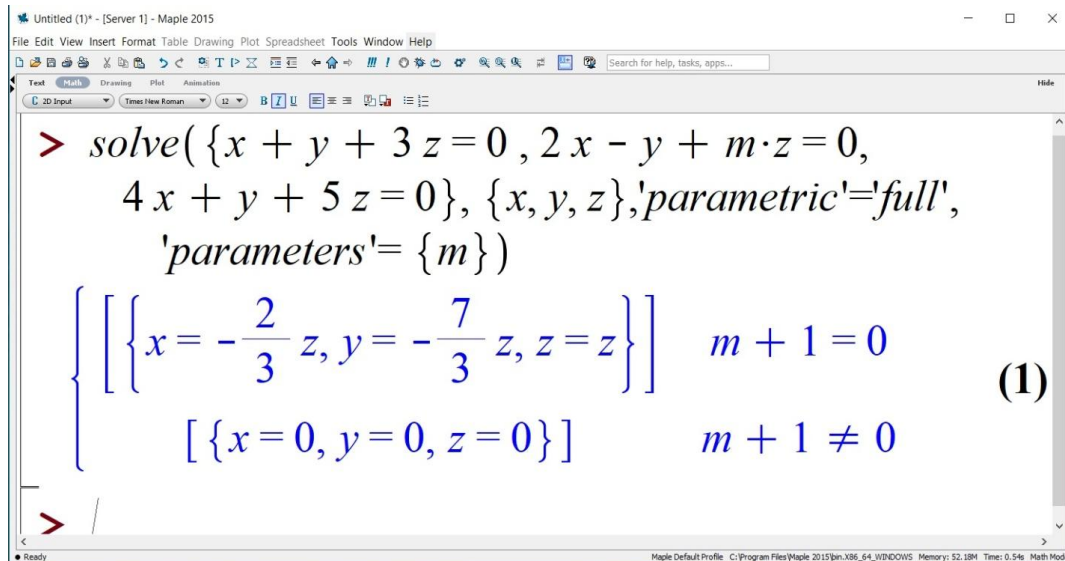


Figura 2. Rezolvarea sistemului parametric în Maple

Sisteme de ecuații simetrice

Definiție. Ecuația cu două necunoscute se numește simetrică dacă, înlocuind x cu y și y cu x , ecuația nu se schimbă. Sistemul format din ecuații simetrice se numește sistem simetric.

Observație. Deoarece ecuațiile cu două necunoscute ale unui sistem simetric nu se schimbă la înlocuirea lui y cu x și a lui x cu y , rezultă că dacă $x = a, y = b$ este soluție a sistemului simetric, atunci și $x = b, y = a$ este la fel o soluție a acestui sistem.

Sistemul simetric cu două necunoscute poate fi rezolvat prin metoda utilizării necunoscutelor auxiliare. Se examinează noile necunoscute u, v date de relațiile $x + y = u, xy = v$. Prin utilizarea necunoscutelor auxiliare, sistemul simetric deseori se reduce la un sistem de ecuații mai simple.

Exemplul 3. Să se rezolve în $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ sistemul
$$\begin{cases} x + y + xy = 23 \\ x^2 + y^2 = 34 \end{cases}$$

Rezolvare. Analizăm sistemul și observăm că în ecuația a doua putem face următoarele modificări: adunăm și scădem $2xy$ de unde obținem $x^2 + y^2 + 2xy - 2xy = 34$, deci $(x + y)^2 - 2xy = 34$. Notăm $x + y = t$, și $xy = z$. Rezultă că sistemul de ecuații are forma

$$\begin{cases} x + y + xy = 23 \\ x^2 + y^2 = 34 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t + z = 23 \\ t^2 - 2z = 34 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 23 - z \\ t^2 - 2z = 34 \end{cases}$$

Prin urmare:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 23 - z \\ t^2 + 2t - 80 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = 8 \\ t_2 = -10 \\ z_1 = 17 \\ z_2 = 33 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x + y = 8 \\ xy = 15 \end{cases} \\ \begin{cases} x + y = -10 \\ xy = 33 \end{cases} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = 8 - y \\ y(8 - y) = 15 \end{cases} \\ \begin{cases} x = -10 - y \\ (-10 - y)y = 33 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = 8 - y \\ y^2 - 8y + 15 = 0 \end{cases} \\ \begin{cases} x = -10 - y \\ y^2 + 10y + 33 = 0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x_1 = 3 \\ y_1 = 5 \end{cases} \\ \begin{cases} x_2 = 5 \\ y_2 = 3 \end{cases} \end{cases}$$

$$S = \{(3; 5), (5; 3)\}$$

Rezolvarea sistemului în Wolfram Mathematica este prezentată în figura 3.

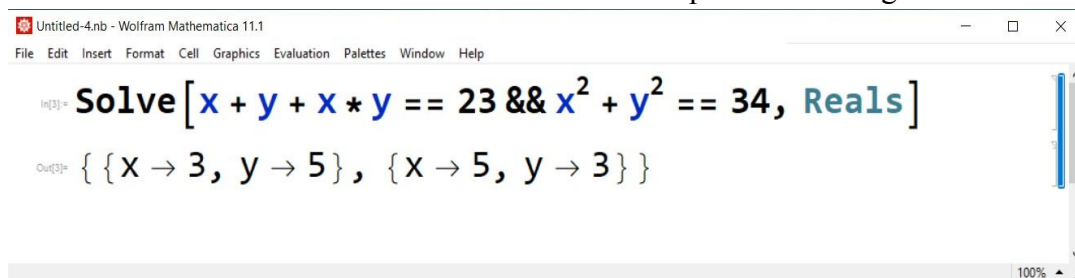


Figura 3. Rezolvarea sistemului în Wolfram Mathematica

Sisteme logaritmice și exponențiale

Exemplul 4. Să se rezolve în $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ sistemul $\begin{cases} \log_3(\lg x + \lg y) - \log_9(\lg y) = 1 \\ \log_9(\lg x - \lg y) - \log_3(\lg y) = 0 \end{cases}$.

Rezolvare. Aflăm domeniul de valori admisibile (DVA) $x > 0$, $y > 0$, $\lg x + \lg y > 0$, $\lg x - \lg y > 0$, de unde rezultă că $\lg x > \lg y$. Efectuând unele transformări și utilizând proprietățile logaritmilor sistemul de ecuații poate fi scris sub forma:

$$\begin{cases} \log_3(\lg x + \lg y) - \log_9(\lg y) = 1 \\ \log_9(\lg x - \lg y) - \log_3(\lg y) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3(\lg x + \lg y) - \log_{3^2}(\lg y) = 1 \\ \log_{3^2}(\lg x - \lg y) - \log_3(\lg y) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_3(\lg x + \lg y) - \frac{1}{2}\log_3(\lg y) = 1 \\ \frac{1}{2}\log_3(\lg x - \lg y) - \log_3(\lg y) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2\log_3(\lg x + \lg y) - \log_3(\lg y) = 2 \\ \log_3(\lg x - \lg y) - 2\log_3(\lg y) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2\log_3(\lg xy) - \log_3(\lg y) = \log_3 9 \\ \log_3(\lg x - \lg y) - 2\log_3(\lg y) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_3(\lg xy)^2 - \log_3(\lg y) = \log_3 9 \\ \log_3(\lg \frac{x}{y}) - \log_3(\lg y)^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (\lg x + \lg y)^2 = 9(\lg y) \\ \lg x - \lg y = (\lg y)^2 \end{cases}$$

De unde $\lg x = \lg^2 y + \lg y$. Înlocuim în prima ecuație $(\lg x + \lg y)^2 = 9(\lg y) \Rightarrow (\lg^2 y + \lg y + \lg y)^2 = 9(\lg y) \Rightarrow (\lg^2 y + 2\lg y)^2 = 9(\lg y)$. notăm $\lg y = t$, unde $t \neq 0$. Obținem $t^4 + 4t^3 + 4t^2 - 9t = 0$, de unde $t(t^3 + 4t^2 + 4t - 9) = 0$. De unde $t=0$ și $t^3 + 4t^2 + 4t - 9 = 0$, având o rădăcină $t=1$. Împărțim polinomul $t^3 + 4t^2 + 4t - 9 = 0$ la $x-1$ obținem $t^2 + 5t + 9 = 0$, având discriminantul $\Delta = 25 - 36 = -11 < 0$, nu admite

rădăcini reale. Am obținut $t=1$, deci $\lg y=1$ de unde $y=10$, respectiv $\lg x = \lg^2 y + \lg y = 11^2 + 1 = 2$, deci $x=100$.

$$S=(100, 10).$$

Rezolvarea în Maple este prezentată în figura 4.

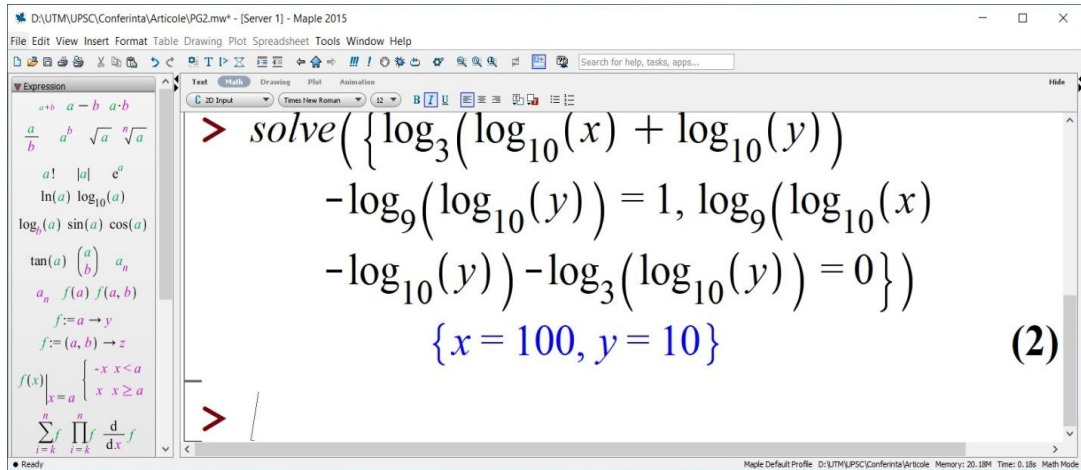


Figura 4. Rezolvarea sistemului în Maple

Exemplul 5. Să se rezolve în $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ sistemul de ecuații $\begin{cases} 3^x + 3^y = 12 \\ x + y = 3 \end{cases}$

$$\begin{aligned} \text{Rezolvare. } \begin{cases} 3^x + 3^y = 12 \\ x + y = 3 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 3^x + 3^{3-x} = 12 \\ x + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \text{notăm } 3^x = t \\ \begin{cases} 3^x + \frac{3^3}{3^x} = 12 \\ x + y = 3 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} t + \frac{3^3}{t} = 12 \\ x + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t^2 + 27 = 12t \\ x + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [t_1 = 9; t_2 = 3 \\ x + y = 3 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} [x_1 = 2; x_2 = 1 \\ [y_1 = 1; y_2 = 2 \end{cases} \end{aligned}$$

Rezolvarea în Wolfram Mathematica este prezentată în figura 5.

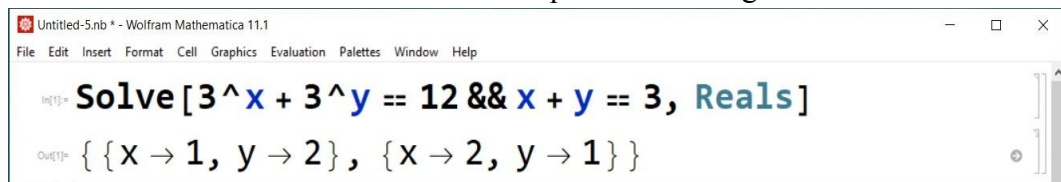


Figura 5. Rezolvarea sistemului în Wolfram Mathematica

Sisteme de ecuații trigonometrice

Sistemele de ecuații trigonometrice pot fi rezolvate, folosind aceleași metode, ca și în sistemele de ecuații algebrice, în special, acestea sunt eliminarea necunoscutelor și substituții, schimbarea variabilelor, precum metode și formule cunoscute de trigonometrie. De asemenea puteți elimina necunoscutele, folosind una din două metode: prin exprimarea unei necunoscute dintr-o ecuație și o înlocuiți în altele sau transformați aceste ecuații și apoi faceți combinații din ele, în care numărul de necunoscute scade. În practică, la rezolvarea oricărui sistem de ecuații, se utilizează una sau alta dintre caracteristicile acestuia. În special, una dintre cele mai des utilizate metode de rezolvare a unui sistem sunt transformările identice, care fac posibilă obținerea unei ecuații cu o singură necunoscută [4].

Exemplul 6. Să se rezolve în $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ sistemul de ecuații
$$\begin{cases} 9^{2\text{tg}x + \cos y} = 3 \\ 9^{\cos y} - 81^{\text{tg}x} = 2 \end{cases}$$

Rezolvare. Analizăm sistemul de ecuații, vom utiliza metoda substituției. Să facem careva modificări, și anume în prima ecuație înlocuim $9^{\cos y}$ prin ecuația a doua $9^{\cos y} = 2 + 81^{\text{tg}x}$, obținem
$$\begin{cases} 9^{2\text{tg}x + \cos y} = 3 \\ 9^{\cos y} - 81^{\text{tg}x} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9^{2\text{tg}x}(2 + 81^{\text{tg}x}) = 3 \\ 9^{\cos y} = 2 + 81^{\text{tg}x} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2 \cdot 81^{\text{tg}x} + (81^{\text{tg}x})^2 = 3 \\ 9^{\cos y} = 2 + 81^{\text{tg}x} \end{cases}$$

Observăm că se obține o nouă ecuație și se introduce o nouă variabilă $t = 81^{\text{tg}x}$, $9^{\cos y} = 2 + t$. Desfacem parantezele în prima ecuație a sistemului și obținem
$$\begin{cases} 2 \cdot t + t^2 = 3 \\ 9^{\cos y} = 2 + t \end{cases}$$
. Ecuația de gradul doi $t^2 + 2t - 3 = 0$. Rădăcinile ecuației sunt $t_1 = 1$ și $t_2 = -3$, de unde $81^{\text{tg}x} = 1 \Rightarrow 81^{\text{tg}x} = 81^0 \Rightarrow \text{tg}x = 0 \Rightarrow x = \arctg 0 + k\pi, x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$, iar $81^{\text{tg}x} = -3$ nu are soluție. Aflăm $3^{2\cos y} = 3$ înlocuim pe $2\cos y = 1$, de unde $\cos y = 1/2$, $y = \arccos \frac{1}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ și $y = \pm \frac{\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

$$S = \left\{ x = k\pi, \pm \frac{\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

Rezolvarea în Maple este prezentată în figura 6.

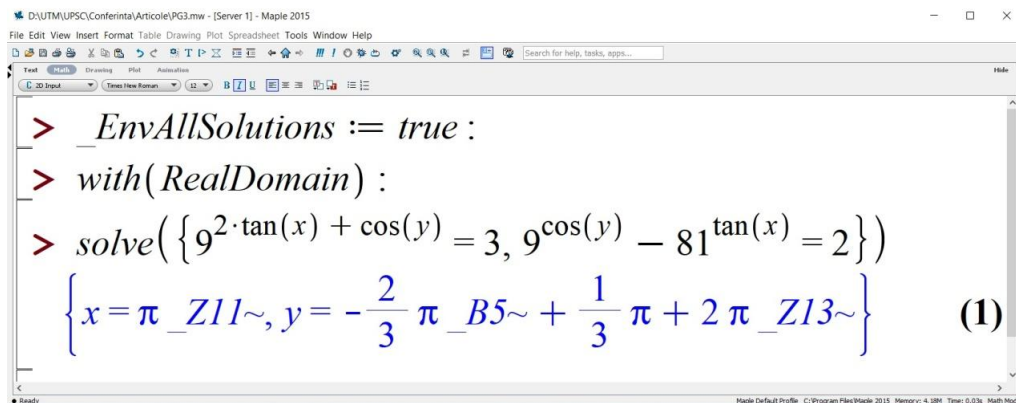


Figura 6. Rezolvarea sistemului în Maple

Concluzii

Modelarea sistemelor de ecuații se efectuează în diverse pachete matematice Maple, Wolfram Mathematica, fiind o problemă actuală, își găsește aplicare în toate compartimentele matematicii prin obținerea unor cunoștințe noi, formarea unor deprinderi necesare pentru adaptarea la cerințele actuale ale societății, fără ca să dispună de cunoștințe profunde din acest domeniu. Prin urmare, aceste programe reprezintă nu numai mediu de calcul, dar și mediu de instruire.

BIBLIOGRAFIE

1. ACHIRI, P. EFROS, V. GARIT, N. PRODAN, Editura Prut Internațional, 2012. *Matematica*, manual pentru clasa X, 280p. ISBN 9975-69-345-8.
2. ION D. ION, A GHIOCA, N. NEDIȚA. *Matematica. Algebra. Manual pentru clasa a XII-a*. București: Editura didactică și pedagogică, 1980, 174 p.

3. NĂSTĂSESCU P., STĂNESCU I., NIȚA C. *Matematica. Elemente de algebră superioară*. Manual pentru clasa a XI-a. București: Editura didactică, 1987, 84 p. ISBN 973-30-5495-X.
4. *Сборник конкурсных задач по математике* для поступающих во вузы под редакцией М.И. Сканави, Изд-во: Украинская энциклопедия, 1978 г., с.522.