

ИЗУЧЕНИЕ ДИСКОВОГО ФИЗИЧЕСКОГО МАЯТНИКА

Владимир ТУНИН

Технический Университет Молдовы, Факультет Энергетики и Электроинжиниринга,
Департамент энергетики, г. Кишинев, Республика Молдова

Автор-корреспондент: Тунин Владимир, vladimir.tunin@icg.utm.md

Абстракт. Предлагаемая лабораторная работа призвана содействовать онлайн обучению студентов технических вузов при недоступности штатного лабораторного оборудования в условиях карантина из-за пандемии инфекционных заболеваний.

В работе в домашних условиях исследовали свободные колебания физического маятника, изготовленного из тонкого диска, который совершает колебания вокруг горизонтальной оси, при различной ориентации плоскости диска в пространстве. Показано, что при длине маятника более трех радиусов диска, такой физический маятник можно считать математическим маятником с погрешностью, не превышающей 3%.

Ключевые слова: минимальный период колебаний, момент инерции диска, приведенная длина маятника.

Введение

При изучении курса физики студенты выполняют лабораторные работы, которые помогают им изучить и лучше понимать физические явления и закономерности. При этом в последнее время для улучшения точности эксперимента широко применяются информационные технологии, более совершенные средства измерения, также разработаны программы для компьютерной обработки экспериментальных данных [1]. В нынешних условиях, когда пандемия коронавируса COVID-19 перевернула весь устоявшийся уклад жизни, стало невозможным использование этих измерительных комплексов, поскольку они не приспособлены для онлайн обучения. В таком случае предлагается простой способ проведения физических экспериментов в домашних условиях, с применением простейших измерительных средств – школьной линейки и таймера от мобильного телефона. В настоящей работе исследовали применение уравнения Штейнера для определения моментов инерции диска относительно различных осей вращения. При этом изучали малые колебания физического маятника, состоящего из подвешенного на нерастяжимой нити тонкого диска. Были изучены условия, при которых дисковый физический маятник можно считать математическим маятником.

1. Свободные колебания дискового маятника

Физическим маятником называется твердое тело, которое может свободно вращаться около произвольной неподвижной горизонтальной оси O , не проходящей через его центр масс C (Рис.1).

Как известно [2], для небольших углов отклонения от положения равновесия ($\alpha < 5^\circ$) период незатухающих колебаний физического маятника T выражается уравнением

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgl}}, \quad (1)$$

где I – момент инерции тела относительно оси вращения, m - его масса, g - гравитационное ускорение, l – расстояние от центра масс тела до оси вращения.

Момент инерции тел при вращении вокруг произвольной оси можно найти с помощью теоремы Штейнера:

Момент инерции тела I_O относительно произвольной оси O равен сумме момента инерции тела I_C относительно оси, проходящей через его центр масс C , и параллельной оси вращения O , и произведения массы тела m на квадрат расстояния l между этими двумя осями

$$I_O = I_C + ml^2. \quad (2)$$

Обозначим как I_{Cx} , I_{Cy} , и I_{Cz} моменты инерции диска массой m и радиусом R относительно осей x , y , z , проходящих через его центр масс C (Рис. 2). Для физического маятника обозначим как I_{Ox} , I_{Oy} , и I_{Oz} моменты инерции диска относительно осей O , проходящих параллельно осям x , y , z , на расстоянии l от его центра масс C (Рис. 3).

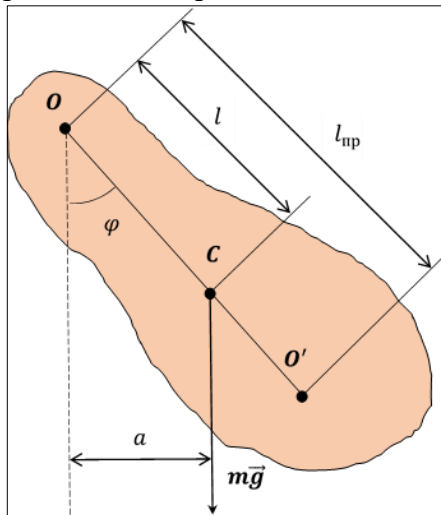


Рисунок 1. Физический маятник.

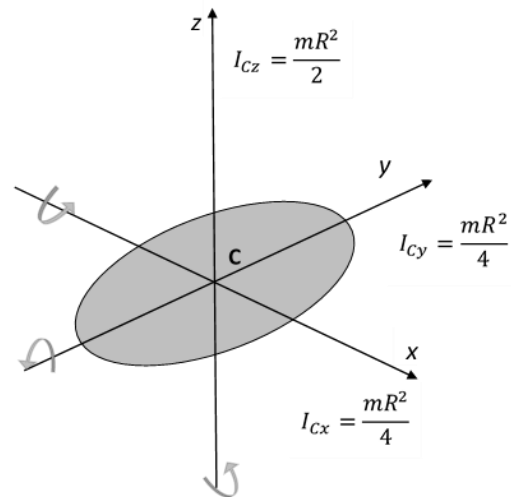


Рисунок 2. Моменты инерции диска относительно осей x , y , z , проходящих через его центр масс.

Полагая, что в исследуемом интервале измерений периодов колебаний их затухание незначительно, можем написать уравнение для периода колебаний дискового маятника в виде

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_C + ml^2}{mgl}}. \quad (3)$$

Возможные типы физических маятников с применением диска показаны на Рис.3, а уравнения для расчета моментов инерции и периода незатухающих колебаний - в Таб. 1.

Таблица 1.

Основные теоретические параметры дисковых физических маятников

Тип маятника (Рис.3)	I_C	I_O	T	l_{min}	T_{min}
a	$\frac{mR^2}{4}$	$\frac{mR^2}{4} + ml^2$	$2\pi \sqrt{\frac{R^2 + 4l^2}{4gl}}$	$\frac{R}{2}$	$2\pi \sqrt{\frac{R}{g}}$
b					
c	$\frac{mR^2}{2}$	$\frac{mR^2}{2} + ml^2$	$2\pi \sqrt{\frac{R^2 + 2l^2}{2gl}}$	$\frac{R}{\sqrt{2}}$	$2\pi \sqrt{\frac{\sqrt{2}R}{g}}$

Можно доказать, что период колебаний физического маятника имеет минимум при определенном значении расстояния l_{min} [1]. В то же время, имеются два различных значения l_1 и l_2 , для которых период колебаний одинаков. Сумма этих значений равна приведенной длины физического маятника $l_{пр} = l_1 + l_2$. Приведенная длина математического маятника равна длине математического маятника, который имеет такой же период колебаний, как физический маятник, подвешенный на расстоянии l_1 или l_2 [2].

С увеличением длины физического маятника его приведенная длина приближается к длине математического маятника, и после определенного расстояния физический маятник можно считать математическим (колеблющейся материальной точкой).

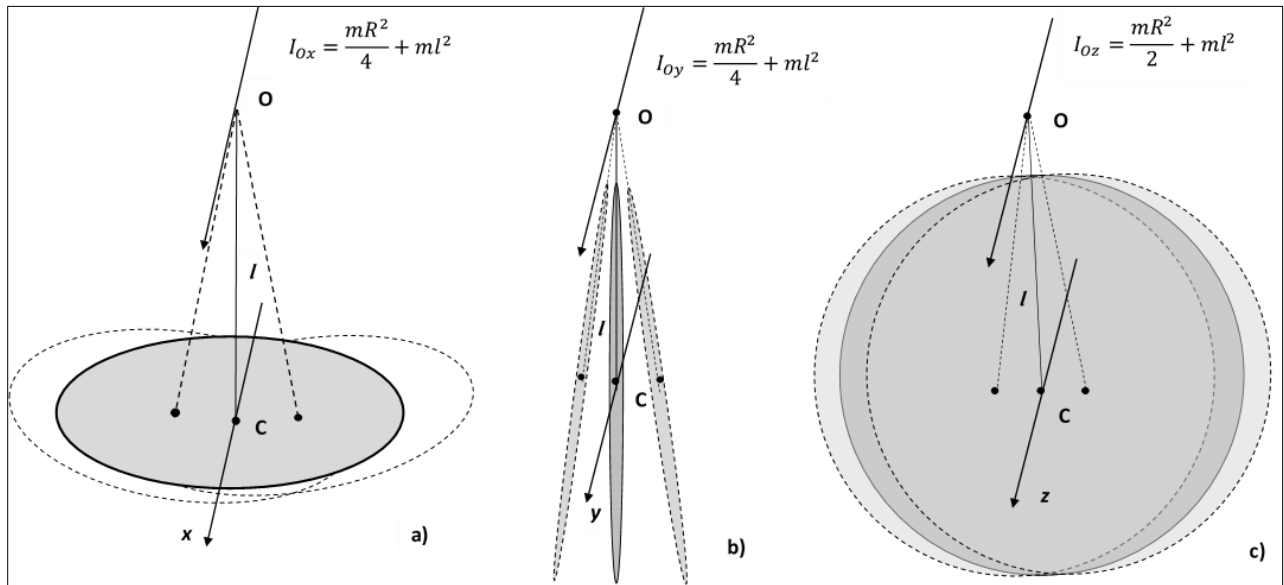


Рисунок 3. Дискový физический маятник.

a) – ось вращения параллельна диаметру диска, плоскость колебаний центра масс перпендикулярна плоскости диска, диск подвешен горизонтально; *б)* – ось вращения параллельна диаметру диска, плоскость колебаний центра масс перпендикулярна плоскости диска, диск подвешен вертикально; *с)* – ось вращения перпендикулярна плоскости диска, плоскость колебаний центра масс параллельна плоскости диска.

2. Измерение наименьшего периода колебаний и приведенной длины дискового маятника

В качестве объекта для измерений был изготовлен тонкий диск из пластмассовой крышки от ведра диаметром 250 мм, толщиной 1,4 мм и массой 140 г. В работе более подробно исследовали маятник с подвешенным в горизонтальном положении диском (Рис.1, *a*) и маятник с вертикальным положением плоскости диска, для которого вдоль одной из линий диаметра, в выбранных для изучения точках, были проделаны отверстия диаметром 2 мм, через которые проходила ось вращения (Рис.1, *с*). Для измерения периода колебаний для каждой длины маятника проводили по 5 серий из 15 измерений, фиксируя время для каждого колебания нажатием кнопки таймера в начале возврата маятника из точки максимального отклонения. При этом для более точного определения этого момента времени корпус телефона держали как можно ближе к этой точке. Период колебаний вычисляли методом наименьших квадратов [3].

В таблице 2 указаны теоретические и экспериментальные значения длин и периодов малых колебаний дискового физического маятника вокруг различных осей.

Для сравнения периодов колебаний в качестве математического маятника использовали подвешенный на тонкой нити наполненный водой елочный шарик массой 29 г диаметром 38 мм. Длину такого маятника брали равной приведенной длине физического маятника.

В начале измеряли период колебаний дискового маятника в точках, в которых он имеет наименьший период колебаний для различных координатных осей. Затем измеряли период колебаний для двух различных расстояний, где маятник имел один и тот же период колебаний. И в конце измеряли период колебаний математического маятника с длиной, равной приведенной длины физического маятника для соответствующей оси вращения.

Таблица 2

Теоретические и экспериментальные значения периода колебаний маятников							
Диск расположен горизонтально (физический маятник типа а)						Математ. маятник	
$l_{min} = 62.5$ мм		$l_1 = 40$ мм		$l_2 = 100$ мм		$l_{пр} = l_1 + l_2 = 140$ мм	
$T_{теор}$ (с)	T_{exp} (с)	$T_{теор}$ (с)	T_{exp} (с)	$T_{теор}$ (с)	T_{exp} (с)	$T_{теор}$ (с)	T_{exp} (с)
0.709	0.72 ± 0.02	0.744	0.74 ± 0.02	0.748	0.76 ± 0.02	0.751	0.76 ± 0.02
Диск расположен вертикально (физический маятник типа с)						Математ. маятник	
$l_{min} = 89$ мм		$l_1 = 65$ мм		$l_2 = 120$ мм		$l_{пр} = 185$ мм	
$T_{теор}$ (с)	T_{exp} (с)	$T_{теор}$ (с)	T_{exp} (с)	$T_{теор}$ (с)	T_{exp} (с)	$T_{теор}$ (с)	T_{exp} (с)
0.843	0.84 ± 0.02	0.863	0.85 ± 0.02	0.863	0.86 ± 0.02	0.863	0.87 ± 0.02
Экспериментальные значения периода колебаний маятника (Т, с) при длине $l = 3R$ (375 мм)							
Маятник типа а)		Маятник типа б)		Маятник типа с)		Математ. маятник	
1.25 ± 0.03		1.26 ± 0.02		1.24 ± 0.03		1.23 ± 0.01	

Выводы

Из таблицы 2 видно, что экспериментально измеренный период колебаний дискового маятника согласуется с теоретически рассчитанным в пределах погрешности измерений. Как и ожидалось, наименьший период колебаний имеет маятник при горизонтальном расположении диска.

Колебания диска вокруг оси, проходящей перпендикулярно плоскости диска, более устойчивы, поэтому и экспериментальные значения периода колебаний более близки к теоретическим.

С увеличением расстояния l периоды колебаний маятников типов а, в и с приближаются, и для $l = 3R$ они приблизительно равны периоду колебаний математического маятника в пределах погрешности измерений (3%). Следовательно, для расстояний от оси вращения до центра масс маятника $l > 3R$, любой из этих физических маятников можно считать математическим, независимо от ориентации диска в пространстве.

Литература:

1. РУСУ, А.С., РУСУ, С.С., ПЫРЦАК, К.Ф., ШЕРБАН, К.Ф., МОКРЕАК, О.В. *Лабораторные работы по механическим колебаниям с компьютерной обработкой данных*. Chisinau, Tehnica-UTM, 2015.
2. ДЕТЛАФ, А.А., ЯВОРСКИЙ, Б.М. Механические гармонические колебания. В: Детлаф, А.А., Яворский, Б.М. Курс физики. Москва: Высшая школа, 2002., сс. 360-363.
3. А.С. Русу, С.С. Русу, К. Пырцак, К.Ф. Шербан, Э.В. Бурдужан. *Обработка экспериментальных данных*. Методические указания к лабораторному практикуму по физике. Chişinău, Tehnica-UTM, 2013.